

学籍番号と名前

1. 3次元空間の原点に電荷 q が置かれている。 xy 面内を考え以下の問に答えよ。

1.1 この時 $r = (x, y)$ の任意の点に置ける電場 E を (x, y) 成分で表せ。

1.2 電荷 q の置かれる位置が $(0, a, 0)$ の時、 $r = (x, y)$ の任意の点に置ける電場 E を (x, y) 成分で表せ。

2. 3次元空間内の $(0, 0, d/2)$ と $(0, 0, -d/2)$ の点に電荷 q と $-q$ が置かれている。

2.1 この時、 z 軸上の点における電場の各成分を求めよ。

2.2 この時、 x 軸上の点における電場の各成分を求めよ。

2.3 xz 面内の任意の点における電場の各成分を求めよ。

2.4 問 2.3 の電場を、原点からの距離 r が $r \gg d$ 、つまり d/r の 2 次以上の項を無視する条件で求めよ。答えは $\frac{qd}{4\pi\epsilon_0 r^3} \times (d \text{ に依らない座標の関数})$ で与えられる。 $x \ll 1$ の時に、 $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ の近似を用いて良い。

2.5 小さな距離離れて置かれた正負の電荷を電気双極子 (Electric Dipole) と呼ぶ。この電気双極子の性質を表す物理量は電気双極子モーメント $\vec{p} = (0, 0, qd)$ と呼ばれ、 $\vec{p} = (0, 0, qd)$ である。この EDM が作る電場は

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left(\vec{p} - \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} \right) \quad (1)$$

と表すことが出来る。この式が、問 2.4($\vec{r} = (x, 0, z)$) の結果と一致することを示せ。

2.6 3 次元空間の任意の xyz の点での電場を求めよ。答えは問 2.4 の結果を z 軸に沿って回転することで得られる。また式 (1) は問 2.4(xz 面内) の場合に確認すれば、一般の 3 次元空間で成立する理由を述べよ。