

学籍番号と名前

1. 空間に 1 C (クーロン) の正の電荷が点と考えて良い十分小さい領域に置いてある。真空の誘電率 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 [\text{Nm}^2/\text{C}^2]$ として以下の問に答えよ。

1.1 重力加速度が大きさ $1g$ で下向きにある場所で、 1m 下の位置に -1 C に帯電した物体を置いた。これが引き寄せられない為に必要な物体の重さを求めよ。

1.2 1m 離れた位置での電場を $[\text{V}/\text{m}]$ で表せ。

1.3 電場の単位は $[\text{V}/\text{m}]$ であることから、電圧 $[\text{V}]$ の単位を $\text{N}, \text{m}, \text{C}$ で表せ。

2. xy 面に半径 R の太さが無視できるリングをおき、電荷 Q を一様に帯電させた。この時、 z 軸上の電場を以下の手順で求めよう。なおリングは誘電率を ϵ_0 の真空中にあるとする。

2.1 リング上の微小な長さ $d\ell$ の電荷による $(0, 0, z)$ の点での微小電場の z 成分とその垂直方向の成分を求めよ。

2.2 問 2.1 の結果から電場の z 方向とその垂直方向の成分を求めよ。

3. 以下の式の左辺はベクトル A, B, C が張る平行 6 面体の体積になることを説明し、それによって等式が成り立つことを説明せよ。

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$$

二. 以下の関係を示せ。ベクトル A が $A = A_x \mathbf{e}_x + A_y \mathbf{e}_y + A_z \mathbf{e}_z$ と書けることと単位ベクトル間の関係を用いれば求まる。或いは、 $\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \epsilon_{ijk} \mathbf{e}_k$ と $\epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} = \delta_{jl} \delta_{km} - \delta_{jm} \delta_{kl}$ の関係を用いればシンプルに表現できる。

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \delta_{ij} \quad \mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_j = \epsilon_{ijk} \mathbf{e}_k$$

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \epsilon_{ijk} A_i B_j C_k$$